

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В БАЛКЕ ПРИ ИЗГИБЕ

Цель работы: определить опытным путем величины прогибов и углов поворота сечений статически определимой балки при изгибе и сравнить эти величины с теоретическими значениями.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

При прямом изгибе балки внешние силы действуют в одной из главных плоскостей балки. Продольная ось балки искривляется в плоскости действия внешних сил. Изогнутая ось балки называется упругой линией. При прямом изгибе сечения её получают два перемещения:

1. Прогиб Y – перемещение центра тяжести сечения относительно его первоначального недеформированного положения.
2. Угол поворота Θ - угол, на который поворачивается поперечное сечение вокруг своей нейтральной оси относительно её первоначального положения.

Уравнение $y=f(x)$, выражающее зависимость между прогибом при заданной нагрузке и абсциссой сечения X , называется уравнением линии. Так как углы поворота очень малы ($\Theta \ll 1^0$), то зависимость между прогибами и углом поворота в данном случае сечения выражается формулой:

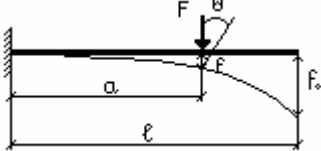
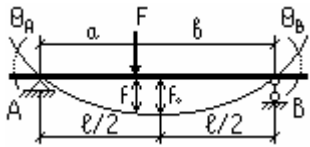
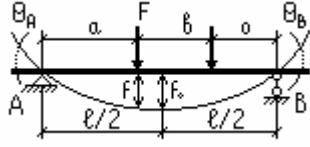
$$\Theta = \frac{dy}{dx}$$

Для определения перемещений при изгибе может быть применено дифференциальное уравнение упругой линии:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EJ}$$

Интегрируя уравнение, получим уравнение углов поворота $\Theta = \varphi(x)$, интегрируя второй раз уравнение $-y=f(x)$, для определения перемещений можно использовать метод начальных параметров, метод Мора с применением правила Верещагина.

В таблице 2.3. приведены значения прогибов и углов поворота поперечных сечений для некоторых случаев нагружения балок. Перемещение сечений балок должно быть таким, чтобы материал работал только при упругих деформациях.

Схема нагружения балки	Прогиб сечения	Угол поворота сечения
 <p style="text-align: center;"> $0 < x < a$ $a < x < l$ </p>	$f_1 = -\frac{Fa^3}{3EJ}$ $f = -\frac{Fa^2}{6EJ}(3l - a)$ $-\frac{Fx^2(3a - x)}{6EJ}$ $-\frac{Fa^2(3x - a)}{6EJ}$	$\Theta = -\frac{Fa^2}{2EJ}$ $-\frac{Fx(2a - x)}{2EJ}$ $-\frac{Fa^2}{2EJ}$
 <p style="text-align: center;"> $0 < x < a$ $a < x < l$ </p>	$f = -\frac{Fa^2b^2}{3EJl}$ $f_0 = -\frac{Fa(3l^2 - 4a^2)}{48EJ}$ $-\frac{Flx(l^2 - b^2 - x^2)}{6EJl}$ $-\frac{Fa(l - x)(x(2l - x) - a^2)}{6EJl}$	$\Theta_A = -\frac{Fa(l - a)(2l - a)}{6EJl}$ $\Theta_B = \frac{Fa(l^2 - a^2)}{6EJl}$ $-\frac{Fb(a(l + b) - 3x^2)}{6EJl}$ $-\frac{Fa(2l^2 - 6lx + 3x^2 + a^2)}{6EJl}$
 <p style="text-align: center;"> $0 < x < a$ $a < x < a + b$ </p>	$f = -\frac{Fa^2(2a + 3b)}{6EJ}$ $f_0 = -\frac{F(3l^2a - 4a^3)}{24EJ}$ $-\frac{F(3(a^2 + ab)x - x^3)}{6EJ}$ $-\frac{F}{6EJ}(3(a^2 + ab) - x - x^2 + (x - a)^3)$	$\Theta_A = -\frac{Fa(a + b)}{2EJ}$ $\Theta_B = \frac{Fa(a + b)}{2EJ}$

ИСПЫТАТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ, ФОРМА И РАЗМЕРЫ ОБРАЗЦОВ

Для опытного определения величин прогибов и углов поворота сечений статически определимой балки может быть использована установка СМ – 7 или СМ – 5А.

Методика проведения испытания на этих приборах аналогична, поэтому здесь приводится описание и работа только установки СМ – 7, а прибор СМ – 4А рассматривается в лабораторной работе «Опытная проверка теоремы о взаимности перемещений».

Установка СМ-7 (рис. 2.5.) состоит из чугунного литого стола 1, на котором неподвижно защемлен испытуемый образец 2, двух колонн 3, соединенных стяжкой и установленных на регулируемых по высоте исправительных винтах-ножках 4, гиревого подвеса 5, и набора грузов 6. На лицевой стороне испытуемого образца – балки прямоугольного сечения, нанесена шкала для отсчета плеч нагрузки. Вдоль образца могут передвигаться и фиксироваться при помощи винтов в любой точке его рабочей длины гиревой подвес 5 и специальный рычаг 7. При помощи индикатора часового типа 8, размещенного ниже поверхности литого стола и контактирующего с рычагом 7, измеряют углы поворота в данном сечении образца.

Определяют величины прогибов в двух сечениях исследуемого образца двумя индикаторами 9. Индикаторы, закрепленные в штативах-стойках, могут свободно перемещаться вдоль образца в Т-образном пазу, имеющемуся в столе установки. Ножки индикаторов при измерениях упираются в поверхность испытуемого образца.

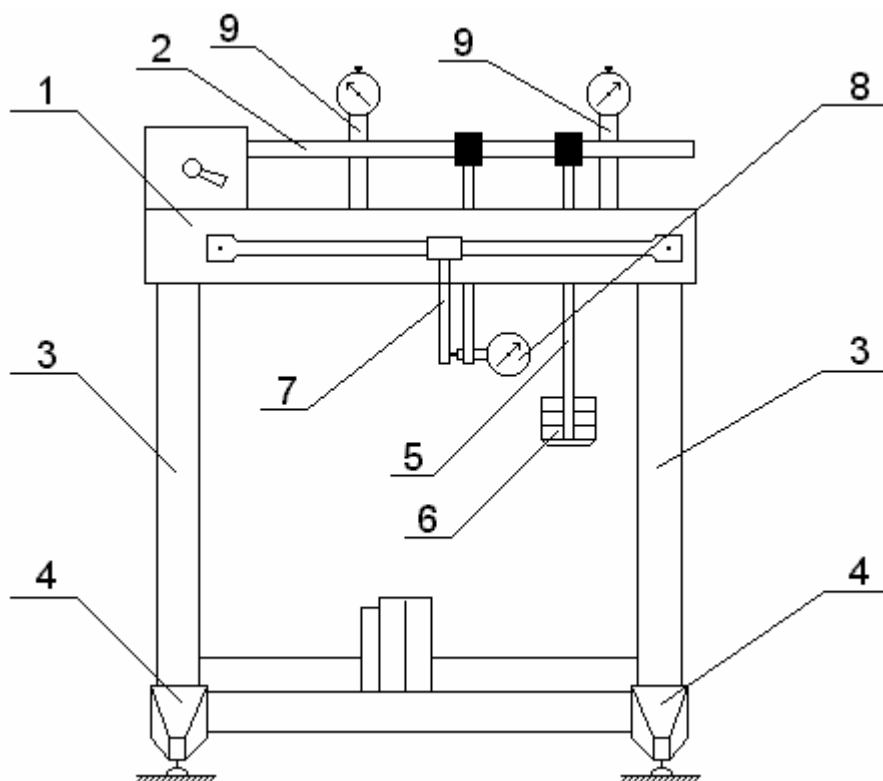


Рис. 2.5.

ТЕХНИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ

Наибольшая допустимая сосредоточенная нагрузка на один подвес, Н	12
Испытуемый образец: поперечные сечения, мм рабочая длина консоли, мм материал	8x50 600 сталь 45
Длина специального рычага, мм	285
Способ определения прогибов и углов	с помощью трёх индикаторов часового типа с ценой деления 0,01 мм

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ИСПЫТАНИЙ И ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Перед испытанием следует ознакомиться с установкой и принципом работы на ней.
2. Произвести измерения поперечного сечения образца и длину рычага 7. Эти данные и материал образца занести в журнал лабораторных работ.
3. Вычислить осевой момент инерции сечения балки.
4. Согласно указанной преподавателем схеме нагружения подготовить установку для выполнения опыта.
5. Установить стрелки всех индикаторов на «0».
6. Нагрузить балку начальной нагрузкой.
7. Произвести начальные отсчеты по всем трем тензорезисторам.
8. Давая одинаковые приращения нагрузки ΔF , произвести 3 + 4 нагружения балки. Наибольшая величина нагрузки не должна превышать величины указанной в технических данных.
9. После каждого нагружения фиксировать показания по всем трем индикаторам. Показания заносятся в журнал лабораторных работ по форме приведенной в таблице 2.4.
10. По окончании опыта балку разгрузить и сравнить показания индикаторов с первоначальными. Если показания отличаются намного, повторить испытания.
11. Определить приращения показаний индикатора Δn_i от нагрузок ΔF .
12. Определить опытные величины прогибов сечений, как средние арифметические приращения показаний вертикальных индикаторов.
13. Для определения угла поворота следует учесть, что перемещение стержня горизонтального индикатора 8, связано с углом поворота Θ и длиной рычага 7-а. Если Δn_{3cp} – среднее арифметическое приращение показания индикатора 8, то

$$\Delta n_{3cp} = a \cdot \text{tg } \Theta$$

Так как углы поворота сечения при упругих деформациях малы, $\operatorname{tg} \Theta = \Theta$, тогда угол поворота сечения определяется по формуле:

$$\Theta_{\text{опыт}} = \frac{\Delta n_{3\text{cp}}}{a}$$

14. Вычислить теоретическое значение прогибов и углов поворота для тех же сечений балки, для которых проводились измерения опытным путем при нагрузке ΔF .

15. Определить расхождение между опытными данными и теоретическими вычислениями по формулам:

$$\delta_{\text{прог}} = \frac{Y_{\text{теор}} - Y_{\text{опыт}}}{Y_{\text{теор}}} \times 100\%$$

$$\delta_{\text{уг.пов}} = \frac{\Theta_{\text{теор}} - \Theta_{\text{опыт}}}{\Theta_{\text{теор}}} \times 100\%$$

Таблица 2.4.

Нагрузка, Н		Отсчеты по индикаторам, мм								
		№1			№2			№2		
F	ΔF	Расстояние l_1 сеч. 1-1 от опоры	n_1	Δn_1	Расстояние l_2 сеч. 2-2 от опоры	n_2	Δn_2	Расстояние l_3 сеч. 3-3 от опоры	n_3	Δn_3
	$\Delta F_{\text{ср}} =$									
	$l_1 =$									
				$\Delta n_{1\text{ср}} =$						
					$l_2 =$					
						$\Delta n_{2\text{ср}} =$				
								$l_3 =$		
										$\Delta n_{3\text{ср}} =$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется изгибом?
2. Что такое нейтральный слой и нейтральная линия сечения?
3. Как нагружается балка, чтобы она испытывала прямой изгиб?
4. Какие перемещения возникают при прямом изгибе и что они представляют?
5. Для чего нужно знать величины прогибов и углов поворота сечения?
6. Что такое упругая линия балки?
7. Как выглядит дифференциальное уравнение упругой линии?
8. Какими методами определяются прогибы и углы поворота балки?
9. Как экспериментально определяют перемещение балки?